

Nouveaux critères pour l'optimisation et la caractérisation des procédés thermiques de conversion énergétique

Driss Stitou ^{a,*}, Michel Feidt ^b

^a *Laboratoire Procédés, Matériaux et Energie Solaire (PROMES), CNRS UPR 8521, Rambla de la Thermodynamique, Tecnosud, 66860 Perpignan, France*

^b *Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (LEMTA), CNRS UMR 7563, BP 160, 54504 Vandoeuvre cedex, France*

Reçu le 25 avril 2005 ; accepté le 30 août 2005

Disponible sur Internet le 25 octobre 2005

Résumé

La perfection des procédés de conversion énergétique, telle que la conversion de l'énergie thermique en travail, est habituellement caractérisée au travers de divers indicateurs de qualité qui comparent de manière classique les performances réelles dudit procédé à celle d'un procédé idéal associé. Le choix du procédé idéal est en général un procédé réversible au sens de Carnot. Les critères classiques développés sur cette approche permettent alors une mesure correcte de l'écart à l'idéalité de ces procédés, mais ne caractérisent pas de manière explicite la « perfectionnabilité » du procédé. Dans cet article, une nouvelle approche basée sur la thermodynamique en dimensions finies, est développée. Elle permet de dégager des critères permettant de caractériser d'une manière plus réaliste les procédés de conversion de l'énergie. Cette approche est généralisée aux procédés comportant N dépenses énergétiques et M utilités énergétiques.

© 2005 Publié par Elsevier SAS.

Mots-clés : Optimisation ; Procédé endoreversible ; Distribution surface d'échange ; Efficacité ; Thermodynamique en dimensions finies

Keywords : Optimisation; Endoreversible process; Heat exchange distribution; Efficiency; Technical efficiency; Finite size thermodynamics

1. Introduction

L'optimisation thermodynamique des procédés de conversion de l'énergie thermique est principalement réalisée jusqu'à présent en recherchant à minimiser les irréversibilités thermodynamiques liées à la transformation (ou la conversion dans le cas général) de l'énergie. La perfection du système est alors quantifiée au travers d'une multitude d'indicateurs de qualité thermodynamique dont les formulations ont été proposés par de nombreux auteurs, tel que le rendement exergetique proposé par Grassmann [1], le rendement intrinsèque [2], l'effectivité [3], l'efficacité exergetique [4]. Ces indicateurs tendent tous à comparer les performances du système réel aux performances du système idéal, ou en d'autres termes et de manière globale, l'efficacité réelle de la machine par référence à l'efficacité maximale au sens de Carnot. L'efficacité maximale est obtenue quant à elle par l'analyse d'un modèle idéal de la ma-

chine réelle pouvant être constituée classiquement de cycles bi-thermes réversibles interconnectés. Cependant, du fait que dans ce type de modélisation, les cycles réversibles soient en contact direct avec les sources et puits de chaleur, les transferts thermiques lors des processus isothermes sont supposés être réalisés infiniment lentement, ce qui conduit à une production de puissance nulle.

Une des conséquences directes de ce constat est l'inadéquation des critères actuels pour caractériser la qualité et la perfectionnabilité des machines thermiques. En effet, la contradiction réside dans le fait que les systèmes réels transformant l'énergie avec des niveaux de puissance déterminés sont comparées à des machines idéales développant des puissances nulles ; de manière équivalente, on mesure la qualité d'une machine réelle de taille donnée (en terme de surface totale d'échanges) à une machine idéale qui nécessiterait une surface d'échange totale infinie pour produire les mêmes niveaux de puissance. Ainsi, l'idée généralement retenue, de réversibilité totale dans l'interaction entre le système thermique et les sources ou puits infinis de chaleur, ne peut être acceptée dans la pratique, et l'on doit

* Auteur correspondant.

Adresse e-mail : stitou@univ-perp.fr (D. Stitou).

Nomenclature

A	surface d'échange thermique $m^2 \cdot kW^{-1}$ de puissance utile	ω	paramètre de l'optimisation
K	conductance de transfert thermique $kW \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	ψ	paramètre caractérisant le degré d'irréversibilités systémiques
Q	puissance thermique ou mécanique kW	η	efficacité thermodynamique
q	puissance adimensionnelle	σ	densité de flux de production d'entropie $kW \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
S	flux d'entropie $kW \cdot K^{-1}$		
T	température des réservoirs K		
t	température interne du procédé K	Indices	
W	puissance mécanique kW	i	relatif aux dépenses énergétiques
Lettre grecques		j	relatif aux utilités produites
α	puissance adimensionnelle relative aux dépenses énergétiques	k	relatif à l'utilité principale
α^*	puissance adimensionnelle relative aux dépenses énergétiques coûteuses	o	relatif à l'environnement
β	puissance adimensionnelle relative aux utilités énergétiques	u	utile
γ	fraction énergétique associée à chaque utilité secondaire	h	haute
ρ	puissance adimensionnelle relative à l'utilité principale	f	froid
δ	indice de réservoir	w	travail
θ^*	facteur de Carnot modifié	int	interne
λ	multiplicateur de Lagrange	ext	externe
		min	minimal
		tot	totale
		I	endo-irréversible
		E	endo-réversible
		C	réversible au sens de Carnot

considérer des différences de température non nulles pour réaliser les processus de transferts de chaleur.

La thermodynamique en temps fini (ou encore en dimensions finies) est une approche récente qui permet de lever cette ambiguïté. Cette approche a été initiée par Chambadal [5] et Novikov [6] indépendamment en 1957, puis popularisée par les travaux de nombreux auteurs tels que de Curzon et Ahlborn [7], De Vos [8], Sieniutycz et al. [9], Bejan [10–13], Wu [14], Chen [15], Stitou [16,17] et Feidt [18,19].

Cette approche permet dans sa formulation de distinguer les irréversibilités systémiques, liés aux transformations internes subies par le fluide de travail, de celles liées aux transferts de chaleur réalisés de manière finie (sur une durée finie ou à travers des surfaces d'échange réalistes) entre les sources et puits externes de chaleur et le système.

Cette démarche qui tend à modéliser les machines réelles de manière plus proche de la réalité, s'appuie sur un nouveau concept de cycles endo-irréversibles, caractérisés par un degré supplémentaire d'irréversibilités systémiques. Dans le cas où le cycle est à irréversibilités systémiques nulles, ces cycles sont dits endoréversibles, et dans le cas contraire dits endo-irréversibles.

Ce concept permet ainsi l'émergence de nouveaux indicateurs permettant de caractériser, pour une fonctionnalité fixée, la qualité et la perfectionnabilité des systèmes thermiques de conversion énergétique en regard des systèmes correspondants endoréversibles ou endo-irréversibles soit pour des niveaux de puissance donnés (critère de performance), soit pour une taille de machine thermique donnée (critère de technicité).

2. Modèle du procédé endo-irréversible généralisé

Pour développer le modèle de machine endo-irréversible, on considère un système thermique de conversion énergétique en contact avec l'environnement ambiant à T_o et $(N + M)$ réservoirs de chaleur caractérisés chacun par un niveau de température T (Fig. 1). Chaque réservoir est caractérisé par un facteur de Carnot modifié θ^* qui tient compte d'un facteur de réservoir δ :

$$\theta^* = \delta \left(1 - \frac{T_o}{T} \right) \quad \text{avec } \delta = \pm 1 \quad (1)$$

Le signe du facteur δ , terme égal à 1 en valeur absolue, est défini par une convention caractérisant le sens du transfert de l'énergie entre le réservoir et le procédé.

Ainsi, $\delta = +1$ lorsque le procédé reçoit de l'énergie de la part du réservoir ($T > t$), par contre $\delta = -1$ si le procédé transfère de l'énergie vers le réservoir ($t > T$).

Sur la base de cette convention, l'énergie transférée par ou vers un réservoir d'énergie sera considéré comme une dépense d'énergie pour le procédé si son facteur de Carnot modifié θ_i^* est positif ou comme une utilité produite par le procédé dans le cas contraire.

Ainsi, l'énergie thermique transférée par (ou vers) un réservoir i sera considérée comme une dépense d'énergie coûteuse pour le procédé si $T_i \neq T_o$ ou gratuite si $T_i = T_o$.

De même, l'énergie thermique transférée par (ou vers) un réservoir j sera considérée comme une utilité énergétique pro-

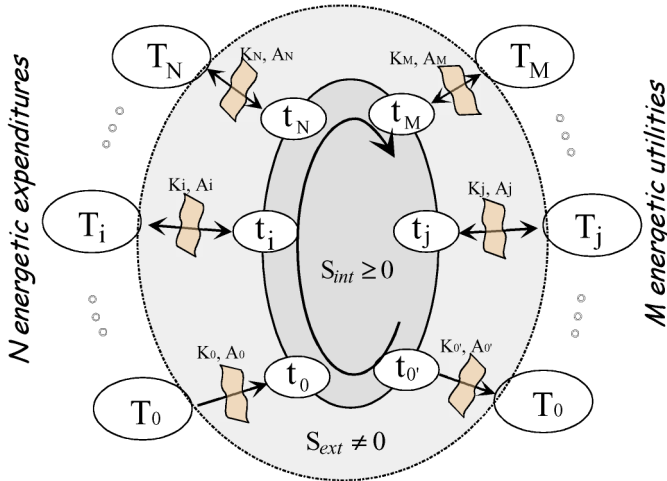


Fig. 1. Représentation schématique d'un procédé endo-irréversible.

Fig. 1. Schematic representation of an endo-irreversible process.

duite par le procédé si $T_j \neq T_0$ ou un rejet énergétique si $T_j = T_0$.

Lorsque l'énergie transférée est de l'énergie noble (énergie mécanique, énergie électrique, énergie chimique, ...), le réservoir associé à ce transfert sera considéré comme ayant un niveau de température infini ($T_w = \infty$) et la surface d'échange pour réaliser ce transfert sera nulle.

Le système endo-irréversible est un système caractérisé par des températures de fonctionnement internes t_i différentes de celles des réservoirs avec lesquels les transferts d'énergie sont réalisés. Ces transferts sont donc effectués avec des écarts de température ΔT_i non nuls et à travers des surfaces d'échange A_i finies. Ces transferts d'énergie induisent donc des niveaux de puissance énergétique, notés ici Q_i , non nuls et toujours positifs avec la convention liée au facteur de réservoir δ_i . Ces niveaux de puissance sont formalisés par des lois de transferts caractérisées de manière classique :

- soit par des lois linéaires en T issues d'un formalisme de type Fourier :

$$Q = KA\delta(T - t) \quad (2)$$

- soit linéaire en $1/T$ issues du formalisme phénoménologique de la TPI :

$$Q = KA\delta\left(\frac{1}{t} - \frac{1}{T}\right) \quad (3)$$

Par ailleurs, on distinguera pour le développement du modèle endo-irréversible les irréversibilités thermodynamiques externes S_{ext} liées aux transferts d'énergie réalisés entre les réservoirs d'énergie et le procédé sur une période temporelle finie, des irréversibilités internes systémiques S_{int} liées aux processus de transformations énergétiques mis en œuvre à l'intérieur de la machine. La notion de procédé endo-irréversible est donc une démarche alternative qui permet de réaliser une optimisation partielle du procédé ayant un certain degré d'irréversibilité systémique.

Lorsque les irréversibilités systémiques S_{int} sont négligées ou non prises en compte, le modèle développé ici constituera un modèle plus simplifié, dénommé endo-réversible, ne tenant compte uniquement que des irréversibilités liés aux échanges d'énergie. L'intérêt de ce modèle simplifié sera de constituer un modèle idéal plus réaliste que les modèles découlant des machines de Carnot ayant des irréversibilités totales nulles, et de représenter ainsi un nouveau modèle de référence pour la caractérisation thermodynamique des procédés réels.

2.1. Expression du premier principe

L'analyse «Premier principe» du modèle endo-irréversible conduit à la relation généralisée :

$$\sum_i Q_i \delta_i + \sum_j Q_j \delta_j = 0 \quad (4)$$

En normalisant par la totalité des dépenses énergétique la relation (4) s'écrit donc :

$$\sum_i \alpha_i \delta_i + \sum_j \beta_j \delta_j = 0 \quad (5)$$

où les puissances normalisées α_i des dépenses énergétiques et les puissances normalisées β_j des utilités énergétiques produites par le procédé sont définies par :

$$\alpha_i = \frac{Q_i}{\sum_i Q_i \delta_i} \quad \text{et} \quad \beta_j = \frac{Q_j}{\sum_i Q_i \delta_i} \quad (6)$$

Par ailleurs :

$$\sum_i \alpha_i \delta_i = \sum_i \left[\frac{Q_i}{\sum_i Q_i \delta_i} \delta_i \right] = \frac{\sum_i Q_i \delta_i}{\sum_i Q_i \delta_i} = 1 \quad (7)$$

D'où finalement en combinant les relations (5) et (7), on obtient l'égalité sur les flux énergétiques normalisés :

$$\sum_i \alpha_i \delta_i = - \sum_j \beta_j \delta_j = 1 \quad (8)$$

En outre, on considère que parmi les M utilités énergétiques produites par le procédé, il en existe une, d'indice k , qualifiée de principale dans le sens où la fonction principale du procédé est de produire cette utilité (par exemple de l'énergie frigorifique pour un réfrigérateur, de l'énergie mécanique pour un moteur thermique ou une cogénération, ...). Dans la suite du développement du modèle, cette utilité est caractérisée par $\rho = \beta_k$ ce qui permet ainsi d'exprimer directement un coefficient de performance du procédé relativement à cette utilité.

Le coefficient de performance $COP_{(k)}$ d'un procédé relatif à une utilité donnée est défini comme le ratio de cette énergie utile produite ρ rapportée à la totalité des énergies coûteuses reçues ($T > T_0$) ou fournies par le procédé ($T < T_0$) :

$$COP_{(k)} = \frac{\rho}{\sum \alpha_i^*}$$

où α_i^* est une énergie coûteuse consommée et définie par $\theta_i^* > 0$

Ainsi, en exprimant la relation (8) en fonction de cette utilité principale :

$$\sum_j \beta_j \delta_j = \rho \delta_k + \sum_{\forall j \neq k} \beta_j \delta_j = -1 \quad (9)$$

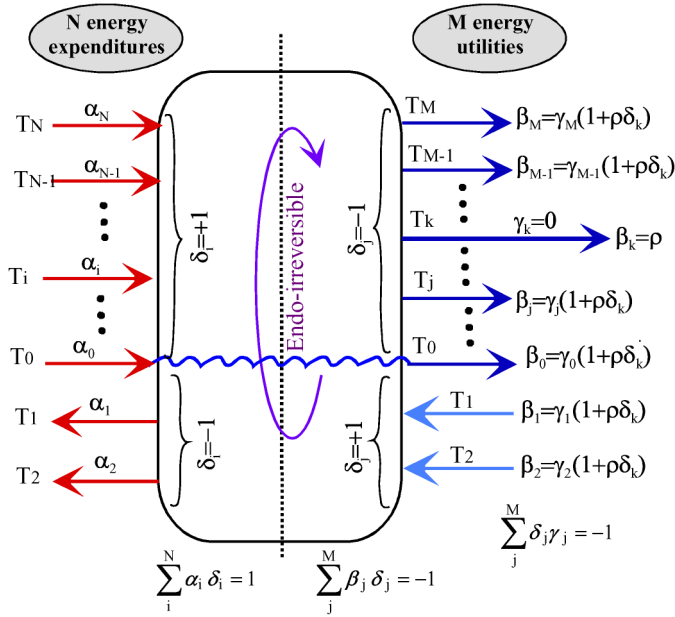


Fig. 2. Représentation des différents ratios énergétiques utilisés pour la modélisation d'un procédé endo-irréversible.

Fig. 2. Representation of the different energetic ratios used to establish the model of endo-irreversible process.

On obtient

$$\sum_{\forall j \neq k} \frac{\beta_j \delta_j}{1 + \rho \delta_k} = -1$$

et en introduisant de nouveaux ratios énergétiques γ_j qui expriment la manière dont se distribuent les autres utilités énergétiques considérées comme utilités secondaires :

$$\sum_{\forall j} \gamma_j \delta_j = -1 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \gamma_j \neq k = \frac{\beta_j}{1 + \rho \delta_k} \\ \gamma_k = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Finalement l'expression du premier principe devient :

$$\sum_i \alpha_i \delta_i + \rho \delta_k + (1 + \rho \delta_k) \sum_j \gamma_j \delta_j = 0 \quad (11)$$

La Fig. 2 résume et explicite les différents ratios énergétiques intervenant dans le modèle endo-irréversible.

2.2. Expression du second principe

Le second principe appliqué au modèle endo-irréversible peut s'exprimer de deux manières :

- soit en fonction des températures externes (T) en tenant compte à la fois des irréversibilités externe S_{ext} et interne S_{int} , et donc du flux de production entropique totale,
- soit en fonction des températures internes (t) en ne tenant compte que des irréversibilités internes et donc que du flux de production entropique systémique S_{int} .

En tenant compte des relations établies dans le cadre du premier principe, et en normalisant les flux respectifs de production

d'entropie ces expressions deviennent :

- par rapport aux températures de réservoirs (T) :

$$\sum_i \alpha_i \frac{\delta_i}{T_i} + \rho \frac{\delta_k}{T_k} + (1 + \rho \delta_k) \sum_j \gamma_j \frac{\delta_j}{T_j} + \sigma_{tot} = 0$$

avec $\sigma_{tot} = \frac{S_{ext} + S_{int}}{\sum_i Q_i \delta_i}$ (12)

- par rapport aux températures internes de fonctionnement (t) :

$$\sum_i \alpha_i \frac{\delta_i}{t_i} + \rho \frac{\delta_k}{t_k} + (1 + \rho \delta_k) \sum_j \gamma_j \frac{\delta_j}{t_j} + \sigma_{int} = 0$$

avec $\sigma_{int} = \frac{S_{int}}{\sum_i Q_i \delta_i}$ (13)

Par souci de simplification, on définit le ratio entropique ψ caractérisant le flux de production systémique d'entropie par rapport au flux total d'entropie transféré par les sources d'exergie au procédé endo-irréversible :

$$\psi = 1 + \frac{\sigma_{int}}{\sum_i (\frac{\alpha_i \delta_i}{t_i})} \quad (14)$$

Ce ratio constitue un paramètre ajustable pour le modèle endo-irréversible qui peut être par ailleurs estimé à partir des performances réelles du procédé, en considérant le rapport du flux entropique sortant et du flux entropique entrant. Ainsi, lorsque $\psi = 1$ le procédé est dit endo-réversible et pour $\psi > 1$ le procédé est endo-irréversible. L'intérêt de ce ratio entropique est qu'il permet d'exprimer différemment et de simplifier le bilan issu du second principe (13) en intégrant un degré d'irréversibilité interne :

$$\psi \sum_i \alpha_i \frac{\delta_i}{t_i} + \rho \frac{\delta_k}{t_k} + (1 + \rho \delta_k) \sum_j \gamma_j \frac{\delta_j}{t_j} = 0 \quad (15)$$

3. Optimisation de la distribution des surfaces d'échanges thermiques

Un des objectifs de la présente étude est de déterminer la surface d'échange thermique totale minimale à mettre en œuvre ainsi que la distribution optimale de cette surface d'échange pour un procédé endo-irréversible dont les températures de réservoirs sont fixées et fonctionnant avec des ratios de puissance fixés, et donc pour une performance ρ donnée.

Par ailleurs, la qualité des échanges thermiques entre chaque réservoir et le procédé, exprimée au travers du coefficient d'échange thermique K , est connue ou peut être estimée en fonction du mode d'échange choisi (nature des fluides, arrangements, NUT, ...) et de la loi de transfert choisie (de type Fourier ou de type TPI).

Le problème posé consiste donc à déterminer les températures internes t_i optimales qui permettent de minimiser la surface totale A_{tot} du procédé endo-irréversible par référence à une tâche énergétique fixée. En considérant une loi de transfert de type Fourier pour les échanges thermiques, cette surface totale d'échange peut simplement s'exprimer par :

$$A_{\text{tot}} = \sum_i \frac{\alpha_i \delta_i}{K_i(T_i - t_i)} + \frac{\rho \delta_k}{K_k(T_k - t_k)} + (1 + \rho \delta_k) \sum_j \frac{\gamma_j \delta_j}{K_j(T_j - t_j)} \quad (16)$$

qu'il s'agit de minimiser sous la contrainte exprimant le bilan du second principe :

$$C = \psi \sum_i \alpha_i \frac{\delta_i}{t_i} + \rho \frac{\delta_k}{t_k} + (1 + \rho \delta_k) \sum_j \gamma_j \frac{\delta_j}{t_j} = 0 \quad (17)$$

Ce problème d'optimisation sous contrainte peut être résolu par la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Le lagrangien s'exprime alors par :

$$L(A_{\text{tot}}) = A_{\text{tot}} + \lambda(C) \quad (18)$$

La résolution du système d'Euler-Lagrange suivant, constitué de $(N + M + 1)$ équations, permet la détermination des températures internes optimales de fonctionnement :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial t_i} = 0 = \frac{\alpha_i \delta_i}{K_i(T_i - t_i)^2} - \lambda \psi \frac{\alpha_i \delta_i}{t_i^2} \\ \frac{\partial L}{\partial t_k} = 0 = \frac{\rho \delta_k}{K_k(T_k - t_k)^2} - \lambda \frac{\rho \delta_k}{t_k^2} \\ \frac{\partial L}{\partial t_j} = 0 = \frac{(1 + \rho \delta_k) \gamma_j \delta_j}{K_j(T_j - t_j)^2} - \lambda \frac{(1 + \rho \delta_k) \gamma_j \delta_j}{t_j^2} \end{cases} \quad (19)$$

Cette résolution conduit à une relation remarquable reliant le multiplicateur de Lagrange λ et les températures internes de fonctionnement et s'écrivant dans le cas d'une loi de transfert linéaire en T :

$$\frac{1}{\lambda T} = \psi K_i \left(\frac{T_i - t_i}{t_i} \right)^2 = K_k \left(\frac{T_k - t_k}{t_k} \right)^2 = K_j \left(\frac{T_j - t_j}{t_j} \right)^2 \quad (20)$$

Une relation analogue peut être obtenue en considérant une loi de transfert thermique phénoménologique linéaire en $1/T$:

$$\frac{1}{\lambda_{1/T}} = \psi K_i \left(\frac{1}{t_i} - \frac{1}{T_i} \right)^2 = K_k \left(\frac{1}{t_k} - \frac{1}{T_k} \right)^2 = K_j \left(\frac{1}{t_j} - \frac{1}{T_j} \right)^2 \quad (21)$$

Dans le cas de procédé endo-réversible, c'est-à-dire pour $\psi = 1$, ces égalités remarquables traduisent le fait qu'à l'optimum géométrique, la condition d'une équipartition de la densité de flux de production d'entropie doit être respectée.

En effet, la densité de flux d'entropie créée par le transfert d'énergie entre un réservoir et le procédé endo-réversible s'exprime par :

$$\sigma_i = \frac{S_i}{A_i} = \frac{Q_i}{A_i} \left| \frac{1}{t_i} - \frac{1}{T_i} \right| \quad (22)$$

Dans le cas d'une loi linéaire en $1/T$ et en utilisant l'expression (3) du flux d'énergie, la densité de flux de production entropique associée au transfert s'exprime par :

$$\sigma_{i1/T} = K_i \left(\frac{1}{t_i} - \frac{1}{T_i} \right)^2 = \frac{1}{\lambda_{1/T}} \quad (23)$$

Dans le cas d'une loi linéaire en T , celle-ci devient :

$$\sigma_{iT} = K_i \left(\frac{T_i - t_i}{t_i} \right)^2 \left(\frac{t_i}{T_i} \right) = \frac{1}{\lambda T} \left(\frac{t_i}{T_i} \right) \quad (24)$$

La relation (24) obtenu à partir d'une loi de transfert linéaire en T conduit aux mêmes conclusions d'équipartition de production d'entropie dans un procédé endo-réversible lorsque le rapport des températures (t/T) est proche de 1, ce qui est le cas général des échangeurs à faibles pincements thermiques.

Dans la suite de l'étude, nous développerons cette étude d'optimisation en considérant une loi de transfert linéaire en T pour les échanges thermiques, loi classiquement utilisée dans le cadre d'étude des procédés industriels.

Par commodité et pour satisfaire la positivité des termes élevés au carré, la relation (20) peut être exprimée différemment en posant :

$$\psi K_i \left(\delta_i \frac{T_i - t_i}{t_i} \right)^2 = K_k \left(\delta_k \frac{T_k - t_k}{t_k} \right)^2 = K_j \left(\delta_j \frac{T_j - t_j}{t_j} \right)^2 = \omega^2 \quad (25)$$

où ω est un terme positif.

On obtient ainsi N relations pour les dépenses énergétiques du procédé :

$$\frac{1}{t_i} = \frac{1}{T_i} \left(1 + \frac{\omega \delta_i}{\sqrt{\psi} \sqrt{K_i}} \right) \quad (26)$$

et M relations pour toutes les utilités énergétiques produites par le procédé :

$$\frac{1}{t_j} = \frac{1}{T_j} \left(1 + \frac{\omega \delta_j}{\sqrt{K_j}} \right) \quad (27)$$

En reportant ces relations dans la relation (17) qui exprime la contrainte du problème d'optimisation, on obtient l'expression de ω en fonction uniquement des températures externes de réservoirs et des flux énergétiques normalisés α_i et β_j :

$$\omega = - \left[\psi \sum_i \frac{\alpha_i \delta_i}{T_i} + \sum_j \frac{\beta_j \delta_j}{T_j} \right] \times \left[\sqrt{\psi} \sum_i \frac{\alpha_i}{T_i \sqrt{K_i}} + \sum_j \frac{\beta_j}{T_j \sqrt{K_j}} \right]^{-1} \quad (28)$$

La connaissance de ω permet alors la détermination des températures internes optimales t_i qui minimisent, pour un procédé endo-irréversible dont la tâche énergétique est imposée (donc à ratios de puissance fixés) et la surface totale d'échangeurs donnée par la relation (16).

Ainsi la surface d'échange thermique associé à chaque réservoir et nécessaire au transfert de l'énergie définie par le ratio énergétique correspondant, s'exprimera différemment selon qu'il s'agit d'une énergie coûteuse ou d'une énergie utile produite :

- pour une énergie coûteuse :

$$A_i = \frac{\alpha_i \delta_i}{K_i(T_i - t_i)} = \frac{\alpha_i \delta_i}{K_i T_i} \left(1 + \delta_i \sqrt{\psi} \frac{\sqrt{K_i}}{\omega} \right) \quad (29)$$

- pour une énergie utile produite :

$$A_j = \frac{\beta_j \delta_j}{K_j(T_j - t_j)} = \frac{\beta_j \delta_j}{K_j T_j} \left(1 + \delta_j \frac{\sqrt{K_j}}{\omega}\right) \quad (30)$$

La surface totale minimale d'échangeur ramenée à l'utilité principale peut alors s'exprimer par :

$$A_{\text{tot}} = \frac{1}{\rho} \left(\sum_i A_i + \sum_j A_j \right) \quad (31)$$

soit

$$A_{\text{tot}} = \frac{1}{\rho} \left[\sum_i^{N+M} \left(\frac{q_i \delta_i}{K_i T_i} \right) + \frac{\sqrt{\psi}}{\omega} \sum_i^N \left(\frac{\alpha_i}{T_i \sqrt{K_i}} \right) + \frac{1}{\omega} \sum_j^M \left(\frac{\beta_j}{T_j \sqrt{K_j}} \right) \right] \quad (32)$$

qui peut alors se simplifier dans le cas d'un procédé endo-réversible (pour $\psi = 1$) par :

$$A_{\text{tot}} = \frac{1}{\rho} \sum_i^{N+M} \frac{q_i \delta_i}{T_i} \left(\frac{1}{K_i} - \frac{1}{\omega^2} \right) \quad \text{avec } q_i = \alpha_i, \beta_i \quad (33)$$

A partir de ces dernière relations, il est donc possible de déterminer la surface d'échange totale minimale à mettre en œuvre dans un procédé endo-irréversible, caractérisé par des ratios de puissance α_i et β_j fixés et comportant un certain degré d'irréversibilité ψ . La qualité des échanges thermiques au niveau de chaque transfert énergétique (K_i) est par ailleurs imposée, de même que la performance principale ρ .

On peut ainsi comparer cette surface d'échange minimal A_{min} à $A_{\text{réel}}$ réellement mise en œuvre dans le procédé réel. Cette comparaison peut être effectuée en définissant un nouveau critère thermodynamique de qualité η_A exprimant le degré de technicité ou la perfectionnabilité d'un procédé réel :

$$\eta_A = \frac{A_{\text{min}}}{A_{\text{réel}}} \quad (34)$$

4. Expressions des performances idéales associées à l'optimum dimensionnel

Le second objectif de cette étude est la détermination des performances idéales d'un procédé réel en contact avec des réservoirs à la température T et dont les surfaces d'échange et les puissances associées à chaque transfert d'énergie sont connues. Il s'agit donc de déterminer dans ce contexte les performances maximales de ce procédé dont la surface d'échange totale imposée correspond à la surface totale minimale du procédé endo-irréversible associé.

Le bilans entropique exprimé par la relation (15) permet de définir trois performances idéales en terme d'utilité principale produite par le procédé en fonction de la frontière du système et du degré d'irréversibilité pris en compte. La relation (15) permet ainsi d'établir de manière générale la performance idéale ρ du procédé :

$$\rho = (-\delta_k) \left[\psi \sum_i \alpha_i \frac{\delta_i}{t_i} + \sum_j \gamma_j \frac{\delta_j}{t_j} \right] \times \left[\frac{1}{t_k} + \sum_j \gamma_j \frac{\delta_j}{t_j} \right]^{-1} \quad (35)$$

4.1. La performance idéale endo-irréversible ρ_I

Cette performance idéale est définie par ρ_I en considérant un ratio entropique $\psi > 1$ qui tient compte à la fois des irréversibilités externes ($S_{\text{ext}} \neq 0$) et internes au procédé endo-irréversible ($S_{\text{int}} \neq 0$).

En introduisant dans la relation (15) les expressions (25) et (26) des températures internes optimales du procédé endo-irréversible qui minimise la surface totale d'échange en fonction des températures externes de réservoirs et des flux énergétiques normalisés α_i et β_j ou les fractions γ_j , la performance idéale devient :

$$\rho_I = (-\delta_k) \left[\psi \sum_i \frac{\alpha_i \delta_i}{T_i} + \sum_j \frac{\gamma_j \delta_j}{T_j} + \omega \left(\sqrt{\psi} \sum_i \frac{\alpha_i}{T_i \sqrt{K_i}} + \sum_j \frac{\gamma_j}{T_j \sqrt{K_j}} \right) \right] \times \left[\frac{1}{T_k} + \sum_j \frac{\gamma_j \delta_j}{T_j} + \omega \left(\frac{\delta_k}{T_k \sqrt{K_k}} + \sum_j \frac{\gamma_j}{T_j \sqrt{K_j}} \right) \right]^{-1} \quad (36)$$

4.2. La performance idéale endo-réversible ρ_E

Cette performance idéale est définie par ρ_E en considérant un ratio entropique $\psi = 1$, en négligeant donc les irréversibilités internes ($S_{\text{int}} = 0$) et en ne tenant compte que des irréversibilités externes ($S_{\text{ext}} \neq 0$) liées aux transferts.

$$\rho_E = (-\delta_k) \left[\sum_i \frac{\alpha_i \delta_i}{T_i} + \sum_j \frac{\gamma_j \delta_j}{T_j} + \omega \left(\sum_i \frac{\alpha_i}{T_i \sqrt{K_i}} + \sum_j \frac{\gamma_j}{T_j \sqrt{K_j}} \right) \right] \times \left[\frac{1}{T_k} + \sum_j \frac{\gamma_j \delta_j}{T_j} + \omega \left(\frac{\delta_k}{T_k \sqrt{K_k}} + \sum_j \frac{\gamma_j}{T_j \sqrt{K_j}} \right) \right]^{-1} \quad (37)$$

avec pour expression particulière de ω :

$$\omega = - \sum_i^{M+N} \frac{q_i \delta_i}{T_i} / \sum_i^{M+N} \frac{q_i}{T_i \sqrt{K_i}} \quad \text{où } q_i = \alpha_i, \beta_i$$

4.3. La performance idéale au sens de Carnot ρ_C

La performance idéale ρ_C au sens de Carnot est défini de manière classique en considérant que toutes les irréversibilités sont nulles ($S_{\text{ext}} \neq 0$) et ($S_{\text{int}} = 0$).

L'expression de ρ_C peut être obtenue directement à partir de l'expression précédente de la performance idéale endoreversible ρ_E en faisant tendre ω vers 0. En effet, d'après les relations (26) et (27), les températures internes t tendent vers les températures de réservoirs T lorsque ω tend vers 0.

$$\rho_C = (-\delta_k) \left[\sum_i \alpha_i \frac{\delta_i}{T_i} + \sum_j \gamma_j \frac{\delta_j}{T_j} \right] \times \left[\frac{1}{T_k} + \sum_j \gamma_j \frac{\delta_j}{T_j} \right]^{-1} \quad (38)$$

Le rendement de Carnot ne dépend donc que des ratios énergétiques et des températures des réservoirs avec lesquels le procédé est en contact et sans prendre en compte la manière dont sont réalisés les transferts énergétiques.

Ces trois expressions de performances idéales constituent des références bornant les performances réelles de tous les procédés réels de conversion énergétique. Ainsi on peut exprimer la qualité thermodynamique d'un procédé réel en terme de performance énergétique en comparant les performances réelles du procédé par rapport à ces limites idéales.

Cette comparaison peut être réalisée à travers la définition de trois critères de performance permettant de mesurer les écarts successifs à l'idéalité thermodynamique.

Ainsi selon la référence prise pour cette idéalité, ces critères sont définis par :

- efficacité thermodynamique endo-irréversible :

$$\eta_I = \frac{\rho_{\text{réel}}}{\rho_I} \quad (39)$$

- efficacité thermodynamique endo-réversible :

$$\eta_E = \frac{\rho_{\text{réel}}}{\rho_E} \quad (40)$$

- efficacité thermodynamique de Carnot :

$$\eta_C = \frac{\rho_{\text{réel}}}{\rho_C} \quad (41)$$

La qualité thermodynamique des procédés qualifiée à travers ces trois critères conduira alors à des conclusions plus ou moins réalistes.

5. Application à un procédé thermique de tri-génération

Pour illustrer concrètement et démontrer l'aspect général de la démarche exposée ici, nous appliquons les résultats développés plus haut à un procédé thermique de tri-génération permettant à partir d'énergie thermique Q_h disponible à T_h , de produire à la fois de l'énergie frigorifique Q_f à T_f , de la chaleur Q_u à T_u et de l'énergie utile Q_w à T_w avec un rejet de chaleur Q_o au milieu ambiant à T_o .

En tenant compte des facteurs de réservoir δ et en normalisant les flux énergétiques, les puissances mises en jeu dans ce procédé sont explicitées sur la Fig. 3.

Cette modélisation permet ainsi de tenir compte de nombreuses configurations de procédé de conversion énergétique en

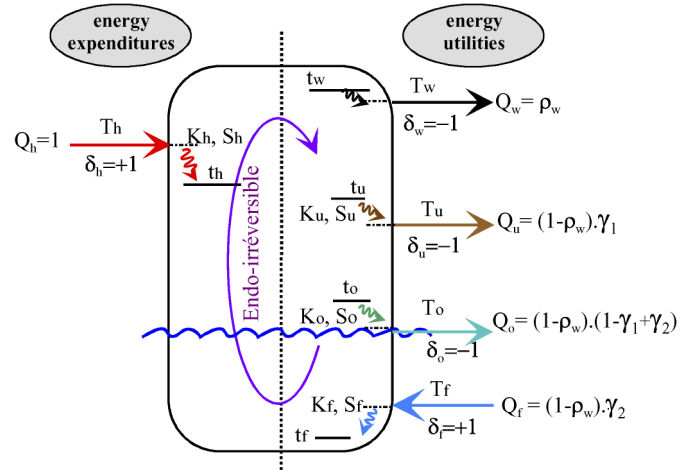


Fig. 3. Modèle endo-irréversible pour un procédé de tri-génération dont l'utilité principale est associée à l'énergie produite à T_w .

Fig. 3. Endo-irreversible model of a tri-generation thermal process for which the main energy utility is produced at the temperature T_w .

fonction des niveaux de température et de puissance adoptées. En effet, l'énergie mécanique W produite ou fournie au procédé est assimilable à de l'énergie thermique Q_w transférée à un niveau de température T_w infiniment grand. Corrélativement la surface A_w associée à ce transfert tend vers 0 lorsque T_w tend vers l'infini de sorte que la puissance Q_w (i.e. la puissance mécanique W) reste finie.

Ainsi cette approche permet d'étudier et de qualifier tous les procédés thermiques de conversion énergétique ayant des utilités et une fonctionnalité précises, en considérant seulement les niveaux opératoires de température et de puissance.

L'exemple décrit ci-après suppose que l'utilité principale est associée l'énergie produite au niveau de température T_w . Mais ceci n'est que factuel, et l'on peut choisir une autre utilité, et modifier en conséquence les niveaux de puissance normalisée en fonction de cette utilité nouvelle, ce qui entraîne une nouvelle définition des fractions énergétiques γ_j en concordance avec la relation (10).

Dans ces conditions, le modèle endo-irréversible, associé au procédé réel de tri-génération ayant un degré d'irréversibilité ψ , permet d'exprimer pour une tâche énergétique fixée (donc à performance ρ_w donnée), la surface totale d'échange minimale à mettre en œuvre rapportée à la puissance utile principale. Celle-ci est déterminée à partir des surfaces d'échange optimales associées à chaque réservoir, elles même exprimées par unité de puissance utile principale :

- pour l'énergie motrice :

$$A_h = \frac{1}{K_h T_h} \left(1 + \frac{\sqrt{\psi} \sqrt{K_h}}{\omega} \right) \frac{1}{\rho_w} \quad (42)$$

- pour l'utilité principale produite par le procédé :

$$A_w = \frac{\rho_w}{K_w T_w} \left(\frac{\sqrt{K_w}}{\omega} - 1 \right) \frac{1}{\rho_w}$$

- pour les utilités secondaires :

- production de chaleur à T_u :

$$A_u = \frac{(1 - \rho_w)\gamma_1}{K_u T_u} \left(\frac{\sqrt{K_u}}{\omega} - 1 \right) \frac{1}{\rho_w}$$

- production de froid à T_f :

$$A_f = \frac{(1 - \rho_w)\gamma_2}{K_f T_f} \left(1 - \frac{\sqrt{K_f}}{\omega} \right) \frac{1}{\rho_w}$$

- pour le rejet à T_o :

$$A_o = \frac{(1 - \rho_w)(1 - \gamma_1 + \gamma_2)}{K_o T_o} \left(\frac{\sqrt{K_o}}{\omega} - 1 \right) \frac{1}{\rho_w}$$

Et par conséquent la surface totale minimale d'échangeurs thermiques à mettre en œuvre dans le procédé pour accomplir une tâche énergétique donnée, est fixée relativement à l'utilité principale par :

$$A_{\text{tot}}^{\text{min}} = A_h + A_w + A_u + A_f + A_o$$

Dans ces conditions, les performances optimales obtenues pour le modèle endo-irréversible associé au procédé de tri-génération ayant un degré d'irréversibilité ψ , des ratios de puissance fixés et des surfaces optimales d'échanges sont :

$$\begin{aligned} \rho_w^{\text{id}} = & - \left[\frac{\psi}{T_h} - \frac{\gamma_1}{T_u} + \frac{\gamma_2}{T_f} - \frac{1 - \gamma_1 + \gamma_2}{T_o} \right. \\ & + \omega \left(\frac{\sqrt{\psi}}{T_h \sqrt{K_h}} + \frac{\gamma_1}{T_u \sqrt{K_u}} + \frac{\gamma_2}{T_f \sqrt{K_f}} + \frac{1 - \gamma_1 + \gamma_2}{T_o \sqrt{K_o}} \right) \left. \right] \\ & \times \left[\frac{1}{T_k} - \frac{\gamma_1}{T_u} + \frac{\gamma_2}{T_f} - \frac{1 - \gamma_1 + \gamma_2}{T_o} \right. \\ & + \omega \left(\frac{-1}{T_k \sqrt{K_k}} + \frac{\gamma_1}{T_u \sqrt{K_u}} + \frac{\gamma_2}{T_f \sqrt{K_f}} + \frac{1 - \gamma_1 + \gamma_2}{T_o \sqrt{K_o}} \right) \left. \right]^{-1} \end{aligned} \quad (43)$$

avec

$$\begin{aligned} \omega = & - \left[\frac{\psi}{T_h} + \frac{-\rho_w}{T_k} + (1 - \rho_w) \right. \\ & \times \left(\frac{-\gamma_1}{T_u} + \frac{\gamma_2}{T_f} + \frac{-(1 - \gamma_1 + \gamma_2)}{T_o} \right) \left. \right] \\ & \times \left[\frac{\sqrt{\psi}}{T_h \sqrt{K_h}} + \frac{\rho_w}{T_k \sqrt{K_k}} + (1 - \rho_w) \right. \\ & \times \left(\frac{\gamma_1}{T_u \sqrt{K_u}} + \frac{\gamma_2}{T_f \sqrt{K_f}} + \frac{1 - \gamma_1 + \gamma_2}{T_o \sqrt{K_o}} \right) \left. \right]^{-1} \end{aligned}$$

Comme précédemment, on obtient la performance optimale endo-réversible à partir de l'expression (37) du rendement endo-irréversible en prenant $\psi = 1$ ou encore la performance idéale de Carnot en considérant $\psi = 1$ et $\omega = 0$.

6. Discussions

Les graphes qui suivent ont été établis pour un procédé de conversion thermique dont les caractéristiques de fonctionnement sont fixées à titre d'illustration :

$$K_h = K_u = K_o = K_f = 0.5 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$T_h = 1000 \text{ }^\circ\text{C}, \quad T_w = \infty$$

$$T_u = 100 \text{ }^\circ\text{C}, \quad T_o = 20 \text{ }^\circ\text{C}, \quad T_f = -10 \text{ }^\circ\text{C}$$

Les graphes de la Fig. 4 montrent l'évolution de la surface d'échange totale et celles associées à chaque transfert. Ces surfaces ont été rapportée relativement à l'utilité principale produite ρ_w , en l'occurrence ici de la puissance mécanique.

Ces courbes présentent un minimum avant de croître rapidement vers l'infini au fur et à mesure que les performances recherchées s'approchent des performances idéales de Carnot. Ainsi, la recherche de solutions visant à l'amélioration des performances d'une machine thermique pour des niveaux de température fixés se traduira nécessairement par une augmentation rapide, voire exponentielle de la surface d'échangeur à mettre en œuvre. Aussi est-il illusoire de rechercher un procédé de taille finie dont les performances seraient idéales au sens de Carnot.

Le minimum dans la courbe de la surface totale minimale (minimum minimorum) correspond au design d'une machine thermique dont la puissance utile est maximale. Dans le cas, d'une machine bitherme productrice uniquement de travail, la performance ρ et donc le rendement utile correspond en ce point au « nice radical » de Chambadal–Novikov–Curzon–Ahlborn (relation (44)). Ce rendement particulier est obtenu pour la puissance utile maximale atteignable dans un procédé endoreversible mettant en œuvre la plus petite surface d'échange totale par unité de puissance utile produite :

$$COP = \frac{\rho_E(A_{\text{min}})}{\alpha_h} = 1 - \sqrt{\frac{T_o}{T_h}} \quad (44)$$

La Fig. 5 montre la sensibilité de la surface d'échange totale au ratio entropique (degré d'irréversibilité ψ), et pour les fractions γ_1 et γ_2 des utilités énergétiques (chaleur utile ou froid)

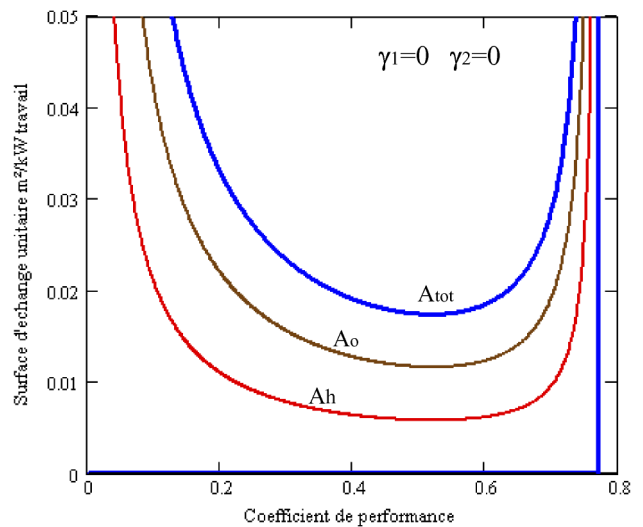


Fig. 4. Représentation des surfaces d'échange totale minimale et partielles pour un procédé endo-réversible bitherme ($\psi = 1$) ne produisant que du travail (moteur thermique).

Fig. 4. Evolution with the main energy duty of the total and unitary heat exchange areas for an endoreversible heat engine.

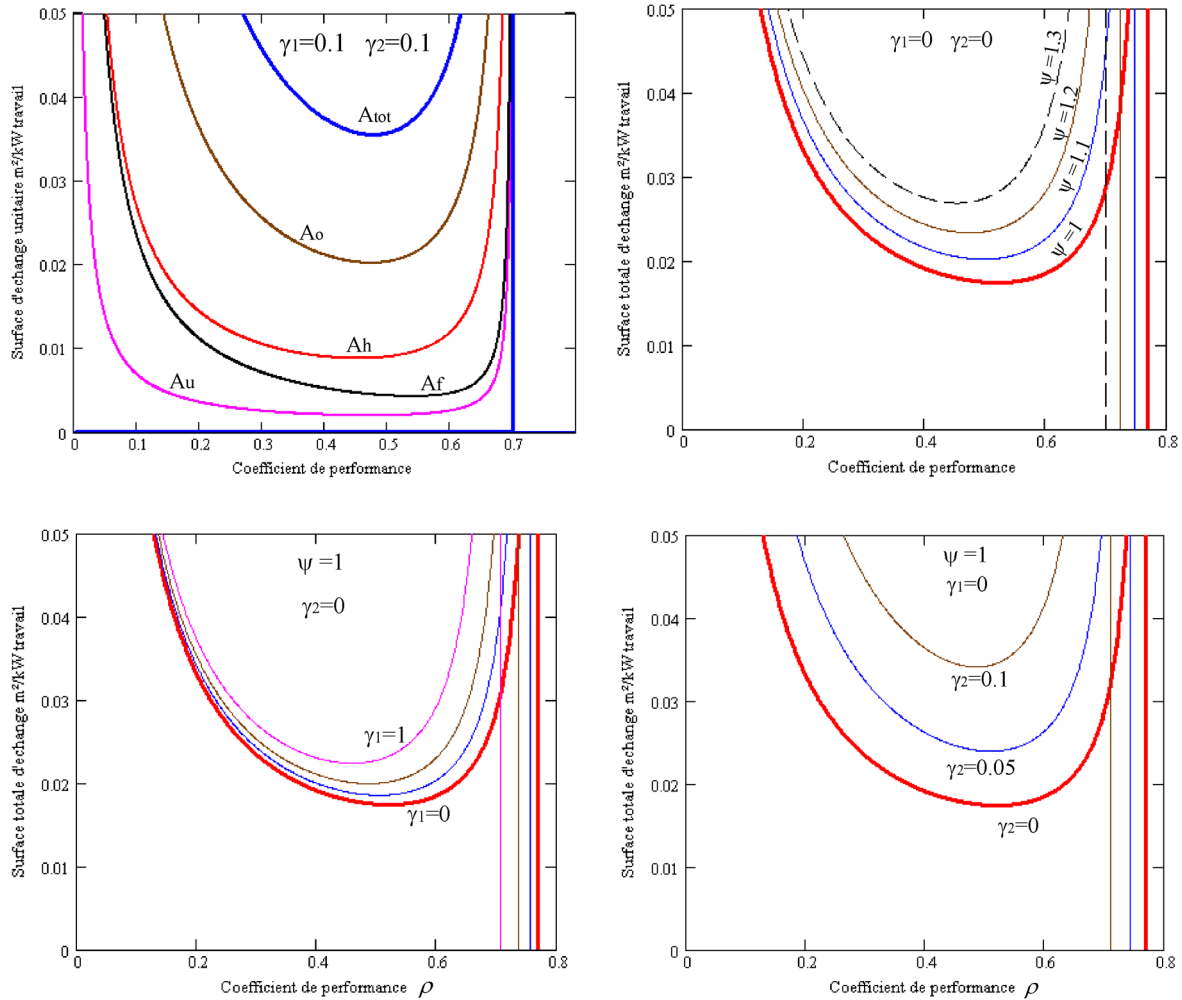


Fig. 5. Répartition optimale des surfaces d'échanges dans un procédé de trigénération endoreversible (5a) et influence du degré d'irrégularité ψ (5b), des fractions γ_1 de chaleur (5c) et γ_2 de froid (5d) produites par le procédé, sur la surface totale minimale endo-réversible A_{tot} obtenue dans un procédé quadritherme produisant à la fois du travail ρ , de la chaleur $(1-\rho)\gamma_1$ et du froid $(1-\rho)\gamma_2$.

Fig. 5. Optimal allocation of the total heat exchange area implemented in a trigeneration endoreversible process (5a) and influence of the internal irreversibility factor ψ (5b), the partial heat factor γ_1 (5c) and partial cold factor γ_2 (5d) on the total heat exchange area of an endo-reversible four-temperature thermal process that produce simultaneously work, heat and cold.

produites secondairement par le système de tri-génération. Plus le procédé sera sollicité pour produire davantage d'utilités secondaires et plus il sera nécessaire de mettre en œuvre de la surface d'échange supplémentaire.

Par ailleurs, plus le procédé présentera des irréversibilités systémiques internes et plus il sera nécessaire de compenser aussi ces irréversibilités par de la surface d'échange supplémentaire (accroissement de perte de charge par exemple, détente, ...).

L'examen du graphe de la Fig. 6, dont l'allure est générale à toutes les configurations de systèmes thermiques et de conversion énergétique, permet de visualiser les nouveaux critères proposés pour caractériser la qualité thermodynamique des machines thermiques réelles.

En effet, considérons un système thermique réel ayant une certaine performance ρ et une surface d'échange A donnée (point M). Jusqu'à présent, la qualité en terme de performance thermodynamique est quantifiée par le rendement exergetique

ρ_{Carnot} défini par la relation (38). Or, comme nous l'avons montré en préambule, ce critère ne reflète pas la qualité réelle de fonctionnement en puissance d'une machine thermique dont la taille A est fixée.

Aussi, nous proposons au terme de cette étude deux nouveaux critères originaux : une efficacité thermodynamique dite endo-réversible η_{endo} , définie de manière équivalente au rendement exergetique classique dans la mesure où la performance réelle ρ (point M) est comparée à la performance ρ_E de la machine endo-réversible optimale de même surface d'échange totale A (point Q), et une efficacité de technicité η_A qui compare la surface d'échange A de la machine réelle à la surface minimale de la machine endo-réversible fonctionnant dans les mêmes conditions performances (point P) :

- efficacité de technicité thermodynamique :

$$\eta_A = \frac{A_{min}}{A_{réel}} \quad (45)$$

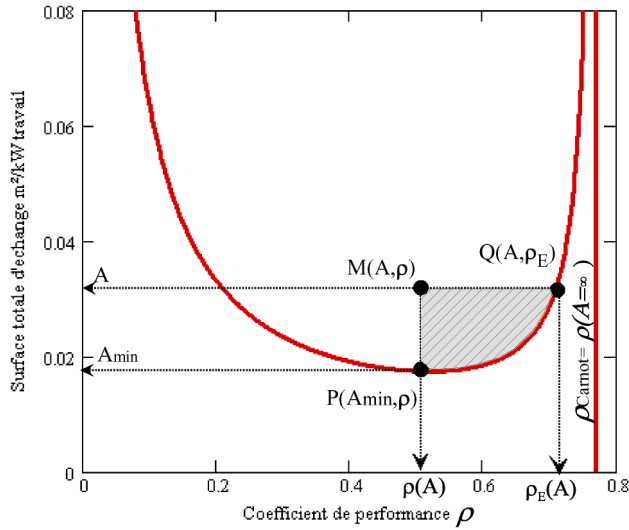


Fig. 6. Comparaison des designs réels et endo-réversible d'une machine thermique permettant l'établissement de critères de qualité thermodynamique et de technicité.

Fig. 6. Comparison of the design point M of a real process and the design points P and Q of the associated endo-reversible processes that enable to establish the endoreversible thermodynamic efficiency η_E (M vs. Q) and the technical efficiency η_A (M vs. P).

- efficacité thermodynamique endo-réversible :

$$\eta_E = \frac{\rho_{réel}}{\rho_E} \quad (46)$$

L'efficacité de technicité η_A rend compte pour une performance ρ donnée, des gains possibles à la conception (encombrement, investissement). L'efficacité thermodynamique endo-réversible η_E rend compte pour une conception donnée, des gains possibles en fonctionnement (économie d'énergie et de fonctionnement). Une combinaison des deux critères est possible et pour être efficiente, elle doit se situer dans le quadrant hachuré défini par les points (MPQ) de la Fig. 6.

7. Conclusions

La démarche exposée ici vise à une meilleure caractérisation thermodynamique et au développement d'un outil pour l'optimisation des procédés thermiques et de conversion énergétique. Cette approche qui repose sur les principes de la thermodynamique en dimensions finies, a été généralisée aux procédés comportant N sources/puits d'énergie caractérisant les dépenses énergétiques du procédé et M puits/sources d'énergie correspondant aux utilités énergétiques potentielles. Le concept de procédés endo-irréversibles a été formalisé en intégrant un degré d'irréversibilités systémiques liées aux irréversibilités thermodynamiques autres que celles créées lors des transferts énergétiques entre le système et les réservoirs.

L'efficacité classique de Carnot apparaît alors comme une limite idéale, celle d'un procédé totalement réversible, ne générant donc aucun niveau de puissance. Les irréversibilités thermodynamiques sont donc des dégradations énergétiques nécessaires qu'il s'agit d'optimiser.

L'optimisation menée ici a permis la définition de nouveaux critères thermodynamiques, mieux adaptés que les critères classiques, pour une caractérisation plus réaliste de la qualité de la conversion énergétique et de la perfectionnabilité technique des procédés réels.

Abridged English version

The perfection of energy conversion process is currently gauged through out different kind of quality indicators that compare the real performance of the process to that of the ideal reversible Carnot process. Indeed, the real energy conversion process that generates true energetic power levels is compared to ideal associated Carnot process that generates zero-output power level. The real conversion process implementing finite heat exchanger areas is then compared to the ideal process that needs infinite heat exchanger area to fulfill the same power requirements. The criteria resulting from this commonly used approach give a false idea of the real quality of the energy conversion process.

This paper presents a new thermo-economic approach, based on finite size thermodynamics. It takes into account the external thermodynamic irreversibilities relative to the heat transfer rates through finite size heat exchangers between the external heat sources or sinks and a conversion process which is characterized by an internal thermodynamic irreversibilities factor ψ . A generalized model for endo-irreversible is proposed by considering N exergy sources and M exergy sinks which interact with the process. A modified Carnot factor θ^* (Eq. (1)) defines the type of interaction for each energy reservoir. This factor depends on the heat transfer direction (characterized by the reservoir factor δ) defined for each energy reservoir. If $\theta^* > 0$ then the reservoir constitutes an exergy source (consumption of driving energy) otherwise it is an exergy sink (production of energy utility).

This convention enables to establish simple energy balance (Eq. (11)) and entropy balance (Eq. (15)) where the main useful energy utility ρ is highlighted. Fig. 2 shows the different energetic ratios that are used to establish the endo-irreversible model.

The objective of this study is to define the optimal distribution of the thermal pinches of an endo-irreversible process, operating between $(N + M)$ external temperature levels that are fixed in general by the application. The endo-irreversible process is characterized by a given performance utility ρ and possible internal irreversibilities ($\psi \geq 1$) and enables the energy conversion with a minimal total heat exchanger area A_{tot} (Eq. (16)) relatively to a given amount of useful produced power. In definitive, it is equivalent to determine the optimal distribution of given heat exchanger areas that maximizes the power duty ρ of the endo-irreversible process operating with fixed external temperature values.

This optimization problem is handled by the method of the Lagrange multipliers (Eq. (18)). The objective function is the total heat exchanger area that has to be minimized under the constraint (Eq. (17)) with respect to entropy balance.

The solving of the associated set of Euler–Lagrange equations (Eq. (19)) leads to the optimal internal temperatures of the endo-irreversible process (Eqs. (26) and (27)) that enables furthermore to determine the optimal distribution of the minimal required total heat exchanger area (Eqs. (29)–(33)).

From this resolution, an important result has been also obtained. Indeed, in the case of endo-reversible process ($\psi = 1$), the significance of the Lagrange multiplier leads to conclude that for small heat exchange thermal pinches, an equipartition of the rate of entropy production per unit surface (Eqs. (20)–(24)) is obtained for the optimal and minimal value of A_{tot} .

These optimization results are illustrated and discussed on a five-temperature thermal conversion process (Fig. 3) that provides for example work (at $T_w = \infty$), heat production (at T_u) and refrigeration effect (at T_f), using a driving heat source available at T_h and a heat sink (environment) available at T_o . The produced work at T_w is considered as the main power duty of the process.

Fig. 4 shows the evolution of the heat exchange area on an endo-reversible heat engine process ($\psi = 1$, $\gamma_1 = 0$, $\psi_2 = 0$) relatively to its efficiency ρ . The curve of the total area of heat exchangers has minimum value that corresponds to the Chambadal–Novikov–Curzon–Albhorn efficiency (the so-called nice radical) (Eq. (44)). This particular efficiency is obtained at the maximum output power for an endo-reversible heat engine with a given total heat exchanger area. This is equivalent to say that this efficiency is obtained for the minimum total heat exchanger area of an endo-reversible process with a given output power ρ . The left branch of this curve is uninteresting from an engineering point of view: the total area of heat exchanger increases drastically while the efficiency ρ decreases to a non-zero value. The more interesting part of this curve is the right side: the performance ρ increases with increasing value of the total heat exchange area and tends toward an infinite value when the efficiency ρ approaches the Carnot efficiency ρ_C defined in Eq. (38).

Fig. 5 shows the sensitivity of the total heat exchange area to the internal irreversibility factor ψ , heat production ratio γ_1 and cold production ratio γ_2 .

The endo-irreversible model developed in this study enables to characterize more realistically any conversion process rather than the associated Carnot process. It takes into account the external irreversibilities due to energy transfer through finite areas and internal irreversibilities defined through out the parameter ψ . Therefore, all real processes that generate internal irreversibilities ($\psi > 1$) need more total heat exchanger area than the associated endo-reversible process ($\psi = 1$) in order to achieve the same performance (Fig. 5(b)). The curve of total area represents then the minimum required heat exchanger area for any real process in order to achieve a given power duty as the endo-reversible process. Lastly, all real processes that operate with the same external temperatures are enclosed by an endo-reversible curve (Fig. 6).

This statement enables to provide new criteria for a realistic characterization of actual energy conversion processes. Indeed, let us consider a real process (point M) with a given performance ρ and operating with a finite total heat exchanger area A .

Up to now, the quality of this real process is measured through the classical thermodynamic efficiency η_C defined by Eq. (41), that compares the real performance ρ_{real} to that of the ideal process ρ_C . This criterion does not reflect the real quality of processes operating with true power levels.

The study carried out here enables to characterize more practically a real process from an engineering point of view. The first proposed criterion is an endo-reversible thermodynamic efficiency η_E (Eq. (46)) in contrast of the classical thermodynamic efficiency η_C . This new efficiency compares (Fig. 6) the real performance ρ_{real} (point M) to that of the associated endo-reversible process ρ_E (point Q) under a given total heat exchanger A_{real} . This approach is more realistic than the comparison to the ideal Carnot process (of performance ρ_C) that needs infinite heat exchanger area.

The second proposed criterion characterizes technical aspects of the real process. The technical efficiency η_A compares the real area A_{real} (point M) implemented in the real process to the minimum required area A_{min} (point P) for the associated endo-reversible process achieving the same performance ρ_{real} . This last technical criterion is of great importance from an engineering point of view. It characterizes the technical perfection of a real process.

In conclusion, the new approach developed in this work enables to evaluate more realistically ideal performances of any energy conversion process and helps defining new criteria more suitable for qualifying real energy conversion processes. These criteria characterize more reasonably the quality of a real thermal process compared with the corresponding endo-reversible process either for the same power duty (performance criterion) or either for the same involved total heat exchanger surface (technical criterion).

Références

- [1] P. Grassmann, Zur Allgemeinen Definition des Wirkungsgrades, Chem. Engrg. Technik 4 (1950) 77–80.
- [2] G. Kostenko, Efficiency of heat processes, Promishlenaya Teplochnika 4 (1983) 70–73 (in Russian).
- [3] P. Le Goff, T. Cachot, A. Lassalle, M.S. Rabhar, Comment évaluer la performance d'un convertisseur d'exergie : rendement, efficacité ou efficacité, in: Proc. JETC IV, Nancy, 1995, pp. 112–120.
- [4] B. Spinner, M. Sorin, D. Stitou, Internal energy flow analysis within a single effect sorption heap pump, Int. J. Refrig. 24 (2001) 185–191.
- [5] P. Chambadal, Les centrales nucléaires, Armand Colin, Paris, 1957.
- [6] I.I. Novikov, The efficiency of atomic power station, J. Nuclear Energy 7 (1958) 125–128.
- [7] F.L. Curzon, B. Ahlborn, Efficiency of a Carnot engine at maximum power output, Amer. J. Phys. 43 (1) (1975) 22–24.
- [8] A. De Vos, Thermodynamics of photochemical solar energy conversion, Solar Energy Materials and Solar Cells 38 (1995) 11–22.
- [9] S. Sieniutycz, et al., Dynamical energy limits in traditional and work-driven operations, Int. J. Heat Mass Transfer 45 (2002) 2995–3012.
- [10] A. Bejan, Theory of heat transfer-irreversible power plants, Int. J. Heat Mass Transfer 38 (1995) 433.
- [11] A. Bejan, Entropy Generation Through Heat and Fluid Flow, Wiley, New York, 1982.
- [12] A. Bejan, Entropy Generation Minimization, CRC Press, Boca Raton, FL, 1996.
- [13] A. Bejan, Advanced Engineering Thermodynamics, Wiley, New York, 1997 (Chapter 13).

- [14] C. Wu, Recent Advance in Finite Time Thermodynamics, Nova Science, New York, 1999.
- [15] T. Zheng, L. Chen, F. Sun, C. Wu, Effect of heat leak and finite thermal capacity on the optimal configuration of a two-heat-reservoir heat engine for another linear heat transfer law, *Entropy* 5 (2003) 519–530.
- [16] D. Stitou, B. Spinner, M.V. Sorin, Optimisation de procédés idéaux et de procédés endo-réversibles quadrithermes, *Récents Progrès en Génie des Procédés* 15 (83) (2001) 141–148.
- [17] D. Stitou, J. Labidi, B. Spinner, Endo-reversible efficiency of heat transformer at maximum power production, *Entropie, Énergétique et dynamique des systèmes complexes* 239/240 (2002) 89–92.
- [18] Y. Goth, M. Feidt, Recherche des conditions optimales de fonctionnement des pompes à chaleur ou machines à froid associées à un cycle de Carnot endo-reversible, *C. R. Acad. Sci. Paris, série II* 3.3 (1) (1986) 113–122.
- [19] M. Feidt, *Thermodynamique et optimisation énergétique des systèmes et procédés*, 1^{ère} édition, Tec et Doc, Paris, 1987.